

Балаковский инженерно-технологический институт – филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Факультет атомной энергетики и технологий  
Кафедра «Информационные системы и технологии»

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

по дисциплине «Численные методы»

**Направления подготовки**

«09.03.02 Информационные системы и технологии»

**Основная профессиональная образовательная программа**

«Информационные системы и технологии»

**Квалификация выпускника**

Бакалавр

**Форма обучения**

Заочная

### **Цель освоения дисциплины**

Цель освоения дисциплины «Численные методы» в области обучения, воспитания, развития, соотносённые с общими целями ООП ВО и требованиями профессиональных стандартов («24.057. Специалист в области информационных технологий на атомных станциях (разработка и сопровождение программного обеспечения)» является: формирование представления о методах математического моделирования; раскрытие значения математического моделирования в современной науке; формирование представления об этапах создания математической модели; формирование представления об алгоритмах разработки математической модели.

### **Место дисциплины в структуре ООП ВО**

Необходимыми условиями для освоения дисциплины являются знания, умения и практические навыки по предшествующим дисциплинам и практикам:

Математика

Физика

История

Философия

Технологии обработки информации

Информатика

Химия

Языки программирования

Теория вероятностей и математическая статистика/Математическая статистика и прогнозирование

Учебная практика (ознакомительная)

Знания, умения и практические навыки, полученные при освоении дисциплины, необходимы при изучении следующих дисциплин и прохождения практик:

Методы и средства проектирования информационных систем и технологий

Информационная теория управления

Моделирование процессов и систем/Основы моделирования систем

Мультимедиа технологии /Компьютерные технологии создания мультимедийного продукта

Исследование операций

Экология

Качество информационных систем

Теория принятия решений

Управление информационными ресурсами

Учебная практика (по получению первичных профессиональных умений и навыков)

Производственная практика (проектно-технологическая)

а также при прохождении государственной итоговой аттестации.

При освоении данной дисциплины студент сможет частично продемонстрировать следующие обобщенные трудовые функции: Эксплуатация информационной системы представления технологических параметров и коммерческого учета электроэнергии атомной станции.

### **Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины**

В процессе освоения данной дисциплины у студента формируются следующие компетенции:

Универсальные

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	З-УК-1 Знать: методика сбора и обработки информации; актуальные российские и зарубежные источники информации в сфере профессиональной деятельности; метод системного анализа У-УК-1 Уметь: применять методики поиска, сбора и обработки информации; осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников В-УК-1 Владеть: методами поиска, сбора и обработки,

		критического анализа и синтеза информации; методикой системного подхода для решения поставленных задач
УКЕ-1	Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах	<p>З-УКЕ-1 знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования</p> <p>У-УКЕ-1 уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи</p> <p>В-УКЕ-1 владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами</p>
УКЦ-2	Способен искать нужные источники информации и данные, воспринимать, анализировать, запоминать и передавать информацию с использованием цифровых средств, а также с помощью алгоритмов при работе с полученными из различных источников данными с целью эффективного использования полученной информации для решения задач	<p>З-УКЦ-2 Знать: методики сбора и обработки информации с использованием цифровых средств, а также актуальные российские и зарубежные источники информации в сфере профессиональной деятельности, принципы, методы и средства решения стандартных задач профессиональной деятельности с использованием цифровых средств и с учетом основных требований информационной безопасности</p> <p>У-УКЦ-2 Уметь: применять методики поиска, сбора и обработки информации; с использованием цифровых средств, осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников, и решать стандартные задачи профессиональной деятельности с использованием цифровых средств и с учетом основных требований информационной безопасности</p> <p>В-УКЦ-2 Владеть: методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации с использованием цифровых средств для решения поставленных задач, навыками подготовки обзоров, аннотаций, составления рефератов, научных докладов, публикаций и библиографии по научно-исследовательской работе с использованием цифровых средств и с учетом требований информационной безопасности</p>

#### профессиональные

Задачи профессиональной деятельности (ЗПД)	Объект или область знания	Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
разработка и внедрение технологий разработки объектов профессиональной деятельности в различных областях и сферах деятельности	информационные процессы, технологии, системы и сети, их инструментальное (программное, техническое, организационное) обеспечение, способы и методы проектирования, отладки, производства и эксплуатации информационных технологий и систем в различных областях и сферах деятельности.	ПК-5 Способен осуществлять моделирование процессов и систем на основе системного анализа предметной области	З-ПК5 - основные принципы системного подхода; методы моделирования процессов и систем У-ПК5 – проводить анализ предметной области и осуществлять ее формальное представление в виде модели В-ПК5 - инструментальными средствами

### Задачи воспитания, реализуемые в рамках освоения дисциплины

Направление/цели	Создание условий, обеспечивающих	Использование воспитательного потенциала учебной дисциплины	Вовлечение в разноплановую внеучебную деятельность
Профессиональное воспитание	формирование научного мировоззрения, культуры поиска нестандартных научно-технических решений, практических решений критического отношения к исследованиям лженаучного толка <b>(B19)</b>	1. Использование воспитательного потенциала дисциплин общепрофессионального модуля для формирования: - понимания основных принципов и способов научного познания мира, развития исследовательских качеств студентов посредством их вовлечения в исследовательские проекты по областям научных исследований; - способности отделять настоящие научные исследования от лженаучных посредством проведения со студентами семинаров, открытых лекций, круглых столов; - творческого и критического мышления, умения рассматривать различные исследования с экспертной позиции посредством обсуждения со студентами современных исследований.	1. Организация и проведение конференций с целью поиска нестандартных решений в жизни научно-технического сообщества. 2. Участие в подготовке публикаций в высокорейтинговых рецензируемых научных изданиях. 3. Формирование критического мышления, посредством обсуждения со студентами современных научных исследований и иных открытий при проведении круглых столов, семинаров, открытых лекций и др.

### Структура и содержание учебной дисциплины

Дисциплина изучается студентами в 6-ом семестре. Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 ак. часов.

### Календарный план

№ Р а з д е л а	№ Т е м ы	Наименование раздела (темы) дисциплины	Виды учебной деятельности (час.)					Аттестация раздела (форма*)	Максимальный балл за раздел**
			Всего	Лекции	Лабораторные	Практические	СРС		
1 раздел: Решение первой и второй задач линейной алгебры									
1	1	Численные методы линейной алгебры.	7	1/1			6		
	2	Итерационные методы решения СЛАУ	9	1/1		2/2	6		
	3	Интерполяция и приближение функций.	8	-		2	6		
	4	Методы решения трансцендентных уравнений.	12	-			12	КИ	20
2 раздел: Численное интегрирование и дифференцирование. Решение ОДУ.									
2	5	Численное дифференцирование	7	1			6		
	6	Численное интегрирование.	9	1		2	6		
	7	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференци-	8			2	6	КИ	20

		альных уравнений.						
3 раздел: Методы обработки экспериментов. Решение задач в частных производных								
3	8	Сплайн-интерполирование функций.	21	1			20	
	9	Методы обработки экспериментальных данных	23	1			22	КИ 20
		<b>Вид промежуточной аттестации</b>	<b>4</b>					<b>3 40</b>
		<b>Итого</b>	<b>108/2</b>	<b>6/2</b>	<b>-</b>	<b>8/2</b>	<b>90</b>	

\* - сокращенное наименование формы контроля

\*\* - сумма максимальных баллов должна быть равна 100 за семестр, включая зачет и (или) экзамен

Сокращенное наименование форм текущего контроля и аттестации разделов:

Обозначение	Полное наименование
КИ	Контроль по итогам
З	Зачет

### Содержание лекционного курса

Тема лекции. Вопросы, отрабатываемые на лекции	Всего часов	Учебно-методическое обеспечение
<b>Численные методы линейной алгебры.</b> Нормы и спектральные свойства матриц. Решение трехдиагональной матрицы методом прогонки.	1	1-4
Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Одношаговые итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.		1-4
<b>Итерационные методы решения СЛАУ</b> Основные понятия итерационных методов. Теория сходимости.	1	1-4
Метод половинного деления, метод хорд,		1-4
Метод простых итераций, метод секущих.		1-4
<b>Численное дифференцирование.</b> Метод неопределенных коэффициентов построения формул численного дифференцирования.	1	1-4
<b>Численное интегрирование.</b> Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Сходимость.	1	1-4
<b>Сплайн-интерполирование функций.</b> Интерполяция функций с помощью приближения сплайнами. Линейные сплайны.	1	1-4
Кубические сплайны. Кусочно-кубические сплайны.		1-4
Наилучшее приближение функции, заданной таблично.		1-4
<b>Методы обработки экспериментальных данных</b> Метод наименьших квадратов.	1	1-4
Нахождение приближающей функции в виде линейной функции.		1-4
Линейная и полиномиальная регрессия		1-4

### Перечень практических занятий

Тема практического занятия. Вопросы, отрабатываемые на практическом занятии	Всего часов	Учебно-методическое
---	-------------	---------------------

		обеспечение
Итерационные методы решения уравнений средствами Mathcad	2	1-4
Интерполяция и предсказание	2	1-4
Численное интегрирование и дифференцирование Решения обыкновенных дифференциальных уравнений	2	1-4
Разностные методы решения краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения	2	1-4

### Перечень лабораторных работ - не предусмотрены учебным планом

#### Задания для самостоятельной работы студентов

Вопросы для самостоятельного изучения (задания)	Всего Часов	Учебно-методическое обеспечение
Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Правило Крамера, метод обращения матрицы, метод Гаусса, метод прогонки, итерационные методы (метод Якоби). Треугольное разложение матрицы. Теорема существования и единственности треугольного разложения. Ленточные матрицы. Ленточный вариант треугольного разложения и трудоемкость его реализации. Метод блочного исключения (метод частичного исключения неизвестных). Обращение матриц. Устойчивость вычислительных алгоритмов линейной алгебры. Метод Гаусса с выбором главного элемента. Методы вращений и отражений.	6	1-4
Одношаговые итерационные методы; неявный метод простых итераций. Чебышевский итерационный метод. Итерационные методы вариационного типа: метод скорейшего спуска, метод сопряженных градиентов. Оценки скорости сходимости. Проблема собственных значений. Степенной метод отыскания двух наибольших по модулю собственных значений и отвечающих им собственных векторов. Метод обратных итераций.	6	1-4
Остаточные члены. Оценка погрешности. Использование интерполяционных формул для построения формул численного дифференцирования. Понятие о корректности формул численного дифференцирования. Метод Эйлера-Коши, метод Рунге.	6	1-4
Разностные уравнения первого порядка с переменными коэффициентами. Разностные уравнения произвольного порядка с постоянными коэффициентами и специальными правыми частями. Задача на собственные значения для оператора второй разности с граничными условиями первого рода. Сеточное преобразование Фурье. Быстрое преобразование Фурье для периодических функций.	12	1-4
Способы оценки погрешностей одношаговых методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений.	6	1-4
Выбор оптимального шага при численном интегрировании. Правило Рунге практической оценки погрешности квадратурных формул. Уточнение приближенного значения интеграла по Ричардсону. Неквадратурные формулы численного интегрирования - метод Монте-Карло.	6	1-4
Распространение одношаговых методов на системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Экстраполяционные методы. Явление жесткости и его влияние на выбор методов решения задачи Коши. Неявные одношаговые (типа Рунге-Кутты) и многошаговые методы.	6	1-4

Приближение функций сплайнами. Интерполяционные кубические сплайны. Интерполирование периодических функций тригонометрическими полиномами. Квадратичное приближение методом Чебышева. Применение интерполяции для решения уравнений. Обратное интерполирование.	20	1-4
Обработка экспериментальных данных	22	1-4

### Расчетно-графическая работа не предусмотрена учебным планом

### Курсовая работа не предусмотрена учебным планом

#### Образовательные технологии

При реализации учебного материала курса используются различные образовательные технологии, способствующие созданию атмосферы свободной и творческой дискуссии как между преподавателем и студентами, так и в студенческой группе. Целью при этом является выработка у студентов навыков и компетенций, позволяющих самостоятельно вести исследовательскую и научно-педагогическую работу.

Практическая подготовка при реализации учебной дисциплины организуется путем проведения практических занятий, предусматривающих участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Практическая подготовка также включает в себя занятия лекционного типа, которые предусматривают передачу учебной информации обучающимся, необходимой для последующего выполнения работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Аудиторные занятия проводятся в виде лекций с использованием ПК и компьютерного проектора, практических занятий, с использованием ПК при проведении расчетов. Самостоятельная работа студентов проводится под руководством преподавателей, с оказанием консультаций и помощи при подготовке к контрольным работам, выполнении домашних заданий

#### Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

№ п/п	Наименование контролируемых разделов (темы)	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Наименование оценочного средства
<b>Входной контроль</b>			
1	Входной контроль		Вопросы входного контроля (устно)
<b>Аттестация разделов, текущий контроль успеваемости</b>			
2	Решение первой и второй задач линейной алгебры	3-УКЕ-1, У- УКЕ-1, В- УКЕ-1, 3-ПК-5, У- ПК-5, В- ПК-5, 3-УК-1, У- УК-1, В- УК-1, 3-УКЦ-2, У- УКЦ-2, В- УКЦ-2	Контроль по итогам в форме (тестирования) (письменно)
3	Численное интегрирование и дифференцирование. Решение ОДУ.	3-УКЕ-1, У- УКЕ-1, В- УКЕ-1, 3-ПК-5, У- ПК-5, В- ПК-5, 3-УК-1, У- УК-1, В- УК-1, 3-УКЦ-2, У- УКЦ-2, В- УКЦ-2	Контроль по итогам в форме (тестирования) (письменно)
4	Методы обработки экспериментов. Решение задач в частных произ-	3-УКЕ-1, У- УКЕ-1, В- УКЕ-1, 3-ПК-5, У- ПК-5, В- ПК-5, 3-УК-1, У- УК-1, В- УК-1, 3-УКЦ-2, У- УКЦ-2, В- УКЦ-2	Контроль по итогам в форме (тестирования) (пись-

	водных		менно)
Промежуточная аттестация			
5	Зачет	3-УКЕ-1, У- УКЕ-1, В- УКЕ-1, 3-ПК-5, У- ПК-5, В- ПК-5, 3-УК-1, У- УК-1, В- УК-1, 3-УКЦ-2, У- УКЦ-2, В- УКЦ-2	Вопросы к зачету (письменно)

Входной контроль предназначен для выявления пробелов в знаниях студентов и готовности их к получению новых знаний. Оценочные средства для входного контроля представляют собой вопросы, которые задаются студентам в устной форме.

### Перечень вопросов входного контроля

1. Матрицы. Действия над матрицами.
2. Определители. Свойства определителей.
3. Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
4. Определение производной.
5. Дифференциал функции.
6. Неопределенный интеграл.
7. Основные методы интегрирования.
8. Частные производные функции нескольких переменных.
9. Определенный интеграл.
10. Приближенные вычисления определенного интеграла (формулы прямоугольников, трапеций, парабол).
11. Дифференциальные уравнения.
12. Однородные уравнения 1 порядка.
13. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2 порядка.
14. Неоднородные линейные уравнения 2 порядка.
15. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Текущий контроль – это непрерывно осуществляемый мониторинг уровня усвоения знаний и формирования умений и навыков в течение семестра. Текущий контроль знаний, умений и навыков студентов осуществляется в ходе учебных (аудиторных) занятий, проводимых по расписанию. Формами текущего контроля выступают опросы на практических занятиях.

### Примерный перечень вопросов к опросу

1. Задача Коши
2. Метод Эйлера численного решения ОДУ
3. Методы численного решения краевой задачи
4. Методы Рунге-Кутты
5. Метод прямоугольников
6. Интерполяция, экстраполяция, аппроксимация
7. Для чего используются итерационные методы исчисления?
8. Расскажите алгоритм решения задач методом Ньютона.
9. Какой оператор Mathcad производит вычисление количества итераций?
10. Какие операторы известны вам для решения уравнений и систем уравнений в Mathcad?

### Примеры практических заданий

#### Задание 1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МЕТОДОМ ГАУССА

Методом Гаусса вычислить определитель, обратную матрицу и решить СЛАУ вида:  $A \cdot \bar{x} = \bar{b}$

$$A = \begin{bmatrix} N_c & 5 & 2 \\ 5 & N_c & -N_r \\ 2 & -N_r & N_c \end{bmatrix} \quad \bar{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ N_c \\ -N_r \end{bmatrix}$$

где  $N_c$  – номер студент по списку;  $N_r$  – номер группы.

#### Задание 2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МЕТОДОМ ПРОГОНКИ

Методом прогонки вычислить решение СЛАУ с расширенной матрицей порядка  $n=5$   
 $a_i = i * N_c + N_z, b_i = i * N_c = i + N_z, c_i = N_z - i * N_c, d_i = N_c + N_z * i$

### Задание 3. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ ПРОСТЫХ ИТЕРАЦИЙ И МЕТОДОМ ЗЕЙДЕЛЯ

Методом простых итераций и методом Зейделя решить СЛАУ

$$A = \begin{bmatrix} N_c + 5 & 0 & N_\Gamma & N_\Gamma \\ 3 & 3 & 0 & N_\Gamma \\ 2 & 5 & 3 & N_c \\ N_c & N_c + N_\Gamma & N_c & 1 \end{bmatrix} \bar{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ N_c \end{bmatrix}$$

Где  $N_c$  – номер студент по списку;  $N_\Gamma$  – номер группы.

С заданной точностью  $\epsilon = 10^{-3}$ . Сделать выводы о сходимости методов.

### Задание 4. РЕШЕНИЕ ВТОРОЙ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

4.1 Степенным методом найти спектральный радиус и ему соответствующий собственный вектор

Исходные данные:

$$A = \begin{bmatrix} N_c + 5 & 0 & N_z & N_z \\ 3 & 3 & 0 & N_z \\ 2 & 5 & 3 & N_c \\ N_c & N_c + N_z & N_c & 1 \end{bmatrix} w^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Степенной метод вычисления заключается в следующем: необходимо определить вектор  $v$ , по формуле:  $v^{(n+1)} = A * w^{(n)}$ . Из полученных значений вектора  $v^{(1)}$  выберем максимальное по модулю значение.  $\|v^{(1)}\|$ .

4.2 Методом вращений Якоби определить все собственные вектора матрицы  $A$ .

Метод вращения Якоби заключается в следующем: ищем максимальный элемент, лежащий выше главной диагонали  $a_{km} (k < m)$ . Вычислим угол поворота  $\varphi = \frac{1}{2} * \arctan \left( \frac{2 * a_{km}}{a_{kk} - a_{mm}} \right)$ . Определим матрицу поворота  $H$ , для этого введем единичную матрицу  $E$  и изменяем в ней те элементы, которые стоят на пересечении строк и столбцов с номерами  $k, m$ ;  $h_{kk} = \cos \varphi, h_{mk} = \sin \varphi, h_{km} = -\sin \varphi, h_{mm} = \cos \varphi$ . Поворот осуществляется перемножением матриц:  $H^{-1} * A * H$ .

### Задание 5. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ТРАНСЦЕНДЕНТНЫХ УРАВНЕНИЙ

5.1 Методом половинного деления найти значение уравнения:

$$\frac{x^3}{N_\Gamma^2} - \frac{x}{N_\Gamma} + \frac{x}{N_c} = 0$$

На интервале  $x \in [N_\Gamma; N_c]$ .

5.2 Методом простых итераций решить уравнение:

$$\frac{x^3}{N_c * N_\Gamma} + 2x - (N_c + N_\Gamma) = 0$$

На интервале  $x \in [N_z; N_c]$ .

5.3 Методом Ньютона решить уравнение:

$$\frac{x^3}{(N_c + N_\Gamma)} + \frac{x}{N_c} + (N_c * N_\Gamma) = 0$$

На интервале  $x \in [N_z; N_c]$ .

5.4 Методом хорд решить уравнение:

$$\frac{x^3}{(N_z + 1)} + \frac{x}{N_c} - (N_c * N_\Gamma) = 0$$

На интервале  $x \in [N_z; N_c]$ .

### Задание 6. АППРОКСИМАЦИЯ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ.

По заданной таблице построить интерполяционный многочлен по первым четырем узлам, по последним 4 узлам и по всем 5 узлам для каждого случая вычислить функционал невязки и сравнить результаты аппроксимации:

x	-	-1	0	1	2
y	N	N $\Gamma$	-	N	N
	c		1	c	$\Gamma$

Для нахождения вида полинома и исключения отрицательных и положительных ошибок, возводятся в квадрат все ошибки и складываются для всех узлов

$$x_i \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i^2 - bx_i - c) = \Psi_{(abc)} \quad (6.1)$$

Для разных парабол (для разных abc) значение функционала невязки  $\Psi_{(abc)}$  будет разным. Попробуем найти такие три числа a, b, c, для которых значение невязки  $\Psi_{(abc)}$  было бы минимально.

Поскольку ищется минимум функции трех переменных, все частные производные должны приравняться нулю:

$$\begin{cases} \frac{df}{da} = 0 \\ \frac{df}{db} = 0 \\ \frac{df}{dc} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sum_{i=1}^n 2(y_i - a * x_i^2 - bx_i - c)(x_i^2) = 0 \\ \sum_{i=1}^n 2(y_i - a * x_i^2 - bx_i - c)(x_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^n 2(y_i - a * x_i^2 - bx_i - c) = 0 \end{cases} \quad (6.2)$$

После преобразования получаем систему из трех линейных уравнений с тремя неизвестными a, b, c, которую решают любым известным способом:

$$\begin{cases} (\sum_{i=1}^n x_i^4) * a + (\sum_{i=1}^n x_i^3) * b + c(\sum_{i=1}^n x_i^2) * c = \sum_{i=1}^n (x_i^2 y_i) \\ (\sum_{i=1}^n x_i^3) * a + (\sum_{i=1}^n x_i^2) * b + c(\sum_{i=1}^n x_i) * c = \sum_{i=1}^n (x_i y_i) \\ (\sum_{i=1}^n x_i^2) * a + (\sum_{i=1}^n x_i) * b + n * c = \sum_{i=1}^n (y_i) \end{cases} \quad (6.3)$$

После нахождения решения системы записывают аппроксимационный полином и строят его на декартовой системе координат вместе с узлами интерполяции.

### Задание 7. ЛИНЕЙНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ

По заданной таблице методом наименьших квадратов построить многочлены первой и второй степени, аппроксимирующие табличную функцию

x	-	-	-	0,	1,
	2,5*a	1,5*a	0,5*a	5*a	5*a
y	84-	73-	63-	55	4
	N $\Gamma$	N $\Gamma$ *2	N $\Gamma$ *3	*N $\Gamma$ *4	7-N $\Gamma$ *5

$$a=Nc+N\Gamma.$$

Полиномом  $P(x) = bx + c$ , В функции P(x) отсутствует коэффициент при  $x^2$ , т.е. a=0, и невязка  $\Psi_{(bc)}$  зависит только от b и c:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - P(x_i))^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - b * x_i - c)^2 = \Psi_{(bc)} \quad (7.1)$$

Получим систему

$$\begin{cases} (\sum_{i=1}^n x_i^2 * b + c(\sum_{i=1}^n x_i) * c = \sum_{i=1}^n (x_i y_i)) \\ (\sum_{i=1}^n x_i) * b + n * c = \sum_{i=1}^n (y_i) \end{cases} \quad (7.2)$$

Решив эту систему, найдем числовые значения b и c, те самые, для которых квадратичная невязка будет принимать минимальное значение. Полученный таким образом многочлен  $P(x) = bx + c$  является для табличной функции оптимальным в смысле минимизации невязки среди всех линейных многочленов.

### Задание 8. ИНТЕРПОЛЯЦИЯ СПЛАЙНАМИ

Аппроксимировать табличную функцию кубическими сплайнами; переменная x изменяется на отрезке [a;b], которая разбивается на n частей. Значения табличной функции на [a;b] вычислить по формуле:

$$f(x) = N\gamma x + \sin(x)$$

$$N=4, a=Nc, b=Nc+N$$

Сделать проверку: вычислить значение аппроксимирующей функции и сплайна в узловых точках, между узловыми точками. Нарисовать сплайн и табличную функцию.

### Задание 9. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ

Вычислить значение определенного интеграла по формуле трапеции с числом узлов 11,21 (с шагами 0.1; 0.05) Результат уточнить по формуле Рунге-Ромберга.

$$I = \int_0^1 (x)^{N\epsilon} * (\ln(x))^{Nc} dx$$

Вычислить значение определенного интеграла по формуле Симпсона с числом узлов 10,20. Результат уточнить по формуле Рунге-Ромберга.

$$I = \int_0^{\pi/2} (\sin(x))^{2*N\epsilon} * (\cos(x))^{2*Nc} dx$$

### Задание 10. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА.

Решение задачи Коши для ОДУ второго порядка следующего вида

$$Y'' + Y = a * x$$

$$y(0) = 0, y'(0) = a + b$$

$$0 \leq x \leq \pi$$

$$b = N\gamma$$

$$a = \sqrt{Nc}$$

Решить ОДУ методом Эйлера с числом узлов 5,10,15. Решить ОДУ методом Рунге-Кутты с числом узлов 5, 10.

В качестве оценочного средства аттестации раздела используются тесты, итоговая контрольная работа. Тест содержит от 10 вопросов. На выполнение задания отводится 30 минут. Тест – это форма контроля, направленная на проверку уровня освоения контролируемого теоретического и практического материала.

#### Примерный перечень тестовых заданий:

##### Тест- 1 Решение первой и второй задач линейной алгебры

1. Запишите правила преобразования матрицы при решении задач методом Гаусса.
2. Абсолютная погрешность – это ...
3. Запишите выражение, определяющее  $X_n$  по методу прогонки.
4. Запишите суть метода Зейделя.
5. Запишите выражение, по которому осуществляется поворот по методу вращений Якоби.
6. Что является решением уравнения по методу половинного деления?
7. Запишите координаты точки, из которой проводят касательные для метода Ньютона.
8. Какие элементы являются собственными числами матрицы?
9. Запишите выражение определяющее коэффициенты  $P_i$  по методу прогонки.
10. Запишите суть метода половинного деления.
11. Относительная погрешность – это ...
12. Что вычисляется при обратном ходе метода Гаусса?
13. Как вычислить угол поворота  $\varphi$  по методу вращений Якоби?
14. Запишите формулу для определения точки  $a_1$  по методу Ньютона.
15. Запишите вид обратной матрицы  $H^{-1}$  при решении задач по методу Якоби.
16. Запишите формулу определяющую значение точки С по методу хорд.
17. Запишите порядок действий метода простых итераций.
18. Запишите условие остановки итерационного процесса по методу простых итераций.
19. Запишите порядок действий метода Гаусса.

20. Дайте определение нормированного вектора.
21. Какую операцию следует выполнить для получения собственных векторов?
22. Запишите вид расширенной матрицы по методу прогонки.
23. Как найти определитель матрицы при решении задач по методу Гаусса?
24. Запишите матрицу 1 поворота по методу Якоби.
25. Запишите выражение, определяющее  $x_i$  по методу прогонки.
26. Запишите первую норму матрицы.
27. Запишите вторую норму матрицы.
28. Запишите третью норму матрицы.
29. Запишите четвертую норму матрицы.
30. Запишите вид условия необходимого для решения задач по методу половинного деления.
31. Запишите выражение определяющее коэффициенты  $Q_i$  по методу прогонки.
32. Запишите координаты точек для проведения прямой и вычисления точки С по методу хорд.
33. Запишите первую норму вектора.
34. Запишите вторую норму вектора.
35. Запишите формулу определяющую середину отрезка.
36. Запишите единицы измерения абсолютной погрешности.
37. Запишите единицы измерения относительной погрешности.
38. Запишите порядок определения обратной матрицы при решении задач по методу Гаусса.
39. Что является спектральным радиусом?
40. Что включает в себя первая задача линейной алгебры?
41. Какие методы решения задач называют прямыми.
42. Какие методы для решения СЛАУ вы знаете?
43. Дайте определение второй задачи линейной алгебры.
44. Что такое итерации?
45. Запишите вид итерационного процесса по методу Ньютона.
46. Из каких элементов состоит матрица Якоби?
47. Запишите вид итерационного процесса по методу простых итераций.
48. Запишите условие остановки итерационного процесса по методу простых итераций.
49. Какие отличия метода Зейделя от метода простых итераций вы знаете?
50. Запишите вид итерационного процесса по методу Зейделя.

## **Тест- 2 Численное интегрирование и дифференцирование. Решение ОДУ.**

1. В чем геометрический смысл определенного интеграла?
2. Какими линиями ограничена площадь криволинейной трапеции?
3. Запишите координаты точек криволинейной трапеции ABCD.
4. Как вычислить высоту трапеции h?
5. Запишите формулу трапеций.
6. Какой порядок точности по методу трапеций?
7. Для скольких узлов применяется формула трапеций?
8. Для скольких узлов применяется формула Симпсона?
9. Запишите вид формулы Симпсона.
10. Какой порядок точности у формулы Симпсона?
11. В каких случаях применяется формула Рунге?
12. Запишите вид формулы Рунге-Ромберга.
13. Запишите вид формулы Рунге.
14. В каких случаях применяется формула Рунге-Ромберга?
15. Запишите формулу определяющую  $x_{i+1}$  по методу Эйлера для ОДУ первого порядка.
16. Запишите формулу определяющую  $y_{i+1}$  по методу Эйлера для ОДУ первого порядка.
17. Какой порядок точности метода Эйлера?
18. Запишите формулу определяющую  $y_{i+1}$  по методу Рунге-Кутты для ОДУ первого порядка.

19. Какой порядок точности метода Рунге-Кутты?
20. Во сколько раз уменьшится погрешность, если в методе трапеций уменьшить шаг в 2 раза?
21. Во сколько раз уменьшится погрешность, если в методе Симпсона уменьшить шаг в 2 раза?
22. При помощи какой замены ОДУ второго рода переходит в систему уравнений первого рода?
23. Запишите систему уравнений для ОДУ второго порядка при решении задачи Коши с учетом замены.
24. В чем заключается численное решение системы уравнений для ОДУ второго порядка при решении задачи Коши?
25. Запишите формулу Эйлера для ОДУ второго порядка при вычислении  $x_{i+1}$ .
26. Запишите формулу Эйлера для ОДУ второго порядка при вычислении  $y_{i+1}$ .
27. Запишите формулу Эйлера для ОДУ второго порядка при вычислении  $z_{i+1}$ .
28. Какой порядок точности у метода Рунге-Кутты для ОДУ второго порядка?
29. Запишите формулу для нахождения  $y_{i+1}$  по методу Рунге-Кутты для ОДУ второго порядка.
30. Запишите формулу для нахождения  $z_{i+1}$  по методу Рунге-Кутты для ОДУ второго порядка.

### Тест- 3 Методы обработки экспериментов. Решение задач в частных производных

1. Какой оператор Mathcad выполняет линейную интерполяцию?
2. Какой оператор Mathcad выполняет кубическую интерполяцию?
3. Какой оператор Mathcad выполняет интерполяцию сплайнами?
4. В чем суть интерполяции?
5. Для какой функции применяют интерполяцию?
6. Каким образом можно улучшить интерполяционный многочлен?
7. Запишите вид интерполяционного многочлена.
8. Что такое аппроксимация?
9. Какие виды аппроксимации вы знаете?
10. Запишите вид ошибки аппроксимации.
11. Запишите формулу определяющую функционал невязки.
12. Какие условия должны выполняться при аппроксимации?
13. В чем суть линейной аппроксимации?
14. Запишите систему уравнений по методу наименьших квадратов.
15. Запишите вид кубического многочлена при сплайн-интерполяции.
16. Чему равны сплайны на концах отрезка?
17. Запишите формулу для определения коэффициентов  $P_{i+1}$ .
18. Запишите выражение для определения прогоночных коэффициентов  $Q_{i+1}$ .
19. Запишите формулу для определения  $m_{i-1}$ .
20. Что называют краевыми условиями первого рода.
21. Что называют краевыми условиями второго рода.
22. Что называют смешанными начальными условиями.
23. Формула  $y'_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{h} + O(h)$  является...
24. Запишите вид решения дифференциального уравнения второго порядка для решения краевой задачи.
25. Запишите краевые условия в конечно-разностном виде.
26. Запишите формулу для вычисления  $h$  по методу конечных разностей.
27. В чем заключается суть метода конечных разностей?
28. Запишите формулу для вычисления  $y'(a)$  по методу конечных разностей.
29. Запишите формулу для вычисления  $y'(b)$  по методу конечных разностей.
30. Запишите уравнения для нахождения внутренних точек  $x_i$ :  $y(x_i)$ ,  $y'(x_i)$ ,  $y''(x_i)$ .

### Критерии оценки тестовых заданий, устных опросов:

1. Полнота знаний теоретического контролируемого материала.

2. Количество правильных ответов.

Тестовое задание / опрос считается сданным, если студент правильно ответил на 60 процентов от общего числа вопросов.

Критерии оценивания	Оценка
Студент ответил на 90 % (и более) вопросов	Отлично
Студент ответил на 70-89 % вопросов	Хорошо
Студент ответил на 60-69 % вопросов	Удовлетворительно
Студент ответил менее чем на 59 % вопросов	Неудовлетворительно

Сумма баллов по разделам дисциплины складывается из оценок, полученных обучающимся в течение семестра по всем формам текущего контроля. Каждая форма контроля оценивается баллом в интервале от 0 до 10.

При заочной форме обучения в качестве оценочного средства аттестации раздела используется также контрольная работа.

*Контрольная работа* – средство проверки умений применять полученные знания для выполнения заданий по теме или разделу. Выполняется по индивидуальному заданию, представленному в методических указаниях для выполнения контрольных работ по дисциплине.

### Критерии оценки контрольной работы

Максимальное количество баллов, начисляемое за контрольную работу, составляет 20 баллов по системе ECTS.

Расшифровка уровня знаний, соответствующего баллам ECTS

Оценка (ECTS)	Сумма баллов	Требования к знаниям на устном зачёте
«Зачтено» – А – Е	12 - 20	Оценка «Зачтено» выставляется студенту, если он выполнил не менее 60% заданий контрольной работы; верно ответил на вопросы преподавателя
«Не зачтено» – F	менее 12	Оценка «Не зачтено» выставляется студенту, если он выполнил менее 60% заданий контрольной работы; затрудняется с ответами на вопросы преподавателя

Промежуточная аттестация осуществляется в форме зачета

Для промежуточной аттестации предусмотрены теоретические вопросы.

По итогам обучения выставляются зачет.

### Примерный перечень вопросов к зачету

1. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
2. Использование метода Гаусса для вычисления обратной матрицы.
3. Решение СЛАУ методом прогонки.
4. Итерационные методы решения СЛАУ. Нормы матриц и векторов.
5. Метод простых итераций.
6. Метод Зейделя
7. Решение второй задачи линейной алгебры. Степенной метод вычисления спектрального радиуса.
8. Метод вращений Якоби.
9. Методы решения трансцендентных уравнений. Метод половинного деления
10. Метод хорд.
11. Метод касательных (Ньютона).
12. Метод итераций.
12. Решение систем нелинейных уравнений. Метод линеаризации Ньютона.
13. Метод простой итерации для решения СНАУ.
14. Интерполяция функций.
15. Аппроксимация методом наименьших квадратов. Линейная аппроксимация.
16. Квадратичная аппроксимация.
17. Интерполяция сплайнами.

18. Численное дифференцирование.
19. Численное интегрирование. Формула трапеций.
20. Метод Симпсона.
21. Формулы Рунге и Рунге-Ромберга.
22. Решение задачи Коши для ОДУ.
23. Метод Эйлера для решения ОДУ 1 порядка.
24. Метод Рунге-Кутты для решения ОДУ 1 порядка.
25. Метод Эйлера для решения ОДУ 2 порядка.
26. Метод Рунге-Кутты для решения ОДУ 2 порядка.
27. Решение краевой задачи для ОДУ.
28. Метод конечных разностей.
29. Разностные схемы для уравнения теплопроводности. Погрешность аппроксимации.
30. Метод сеток при решении уравнения теплопроводности. Явная схема.
31. Метод сеток при решении уравнения теплопроводности. Неявная схема.

### Критерии оценки зачета

#### Шкалы оценки образовательных достижений

Сумма баллов	Оценка по 4-х балльной шкале	Зачет	Оценка (ECTS)
90-100	отлично	Зачтено	A
85-89	хорошо		B
75-84			C
70-74			D
65-69	удовлетворительно		E
60-64		F	
Ниже 60	неудовлетворительно	не зачтено	F

Баллы (итоговой рейтинговой оценки)	Баллы (зачет)	Требования к знаниям
100-90	Зачтено 24 – 40 баллов	теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному
85 - 89		теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному.
75 - 84		теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.
65 - 74		теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки.
60-64		теоретическое содержание курса освоено частично, некоторые практические навыки работы не сформированы, многие

		предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены, либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному
Ниже 60	не зачтено 0-23 баллов	очень слабые знания, недостаточные для понимания курса, имеется большое количество основных ошибок и недочетов

### **Учебно-методическое и информационное обеспечение учебной дисциплины**

#### Основная литература:

1. Голубева, Н. В. Основы математического моделирования систем и процессов: учебное пособие / Н. В. Голубева. — 2-е изд., с измен. — Омск : ОмГУПС, 2019. — 95 с. <https://e.lanbook.com/reader/book/129153/#1>

2. Карнадуд, О. С. Конспект лекций по математическому моделированию: учебное пособие / О. С. Карнадуд, П. Н. Победаш, С. В. Аленин. — Кемерово: КузГТУ имени Т.Ф. Горбачева, 2020. — 85 с. <https://e.lanbook.com/reader/book/145120/#1>

#### Дополнительная литература:

3. Алпатов Ю.Н. Математическое моделирование производственных процессов: учебное пособие / Ю.Н. Алпатов. - 2-е изд., испр. - Санкт-Петербург: Лань, 2018. - 136 с. <https://e.lanbook.com/book/169192>

4. Клименко, И. С. Системный анализ в управлении: учебное пособие для вузов / И. С. Клименко. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 272 с. <https://e.lanbook.com/reader/book/153690/#1>

5. Математическое моделирование. Практикум: учебное пособие / Л. А. Коробова, Ю. В. Бугаев, С. Н. Черняева, Ю. А. Сафонова. — Воронеж: ВГУИТ, 2017. — 112 с. <https://e.lanbook.com/reader/book/106788/#1>

#### Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. Электронно-библиотечная система «Лань» - <http://e.lanbook.com>.
2. Электронно-библиотечная система «Юрайт» - <http://www.biblio-onlain.ru>.
3. Российская национальная библиотека - <http://www.nlr.ru/>
4. Поисковая система - <http://www.rambler.ru>.
5. Поисковая система - <http://www.yandex.ru>.
6. Гарант - <http://base.garant.ru/>.
7. Интернет-Университет Информационных Технологий - <http://www.intuit.ru>

Для проведения практических занятий и выполнения самостоятельной работы используются учебные компьютерные классы с выходом в Интернет и лицензионным программным обеспечением.

### **Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины**

Лекционные занятия проводятся в аудиториях: учебная мебель, учебная доска, комплект мультимедийного оборудования

Практические занятия проводятся в компьютерных классах: учебная мебель, учебная доска, комплект мультимедийного оборудования, персональные компьютеры.

Для самостоятельной работы обучающихся имеется: читальный зал с выходом в сеть Интернет: Учебная мебель, комплект мультимедийного оборудования, персональные компьютеры, МФУ.

### **Учебно-методические рекомендации для студентов**

#### 1. Указания для прослушивания лекций

Перед началом занятий внимательно ознакомиться с учебным планом проведения лекций и списком рекомендованной литературы.

Перед посещением очередной лекции освежить в памяти основные концепции пройденного ранее материала. Подготовить при необходимости вопросы преподавателю. Не надо опасаться, что вопросы могут быть простыми.

На лекции основное внимание следует уделять не формулам и математическим выкладкам, а содержанию изучаемых вопросов, определениям и постановкам задач.

В процессе изучения лекционного курса необходимо по возможности часто возвращаться к основным понятиям и методам решения задач (здесь возможен выборочный контроль знаний студентов).

Желательно использовать конспекты лекций, в которых используется принятая преподавателем система обозначений.

Для более подробного изучения курса следует работать с рекомендованными литературными источниками и вновь появляющимися источниками.

## 2. Указания для участия в практических занятиях

Перед посещением уяснить тему практического занятия и самостоятельно изучить теоретические вопросы.

В конце практического занятия при необходимости выяснить у преподавателя неясные вопросы.

Основные результаты выполнения работы необходимо распечатать.

## 3. Указания для выполнения самостоятельной работы

Получить у преподавателя задание и список рекомендованной литературы. Изучение теоретических вопросов следует проводить по возможности самостоятельно, но при затруднениях обращаться к преподавателю.

Подготовить письменный отчет о проделанной работе.

При выполнении заданий по усмотрению преподавателя работа может быть оценена без письменного отчета на основе ответов на контрольные вопросы, при условии активной самостоятельной работы.

Подготовить ответы на контрольные вопросы.

## **Методические рекомендации для преподавателей**

### 1. Указания для проведения лекций

На первой вводной лекции сделать общий обзор содержания курса и отметить новые методы и подходы к решению задач, рассматриваемых в курсе, довести до студентов требования кафедры, ответить на вопросы.

При подготовке к лекционным занятиям необходимо продумать план его проведения, содержание вступительной, основной и заключительной части лекции, ознакомиться с новинками учебной и методической литературы, публикациями периодической печати по теме лекционного занятия. Уточнить план проведения семинарского занятия по теме лекции. Перед изложением текущего лекционного материала напомнить об основных итогах, достигнутых на предыдущих лекциях. С этой целью задать несколько вопросов аудитории и осуществить выборочный контроль знания студентов.

В ходе лекционного занятия преподаватель должен назвать тему, учебные вопросы, ознакомить студентов с перечнем основной и дополнительной литературы по теме занятия. Раскрывая содержание учебных вопросов, акцентировать внимание студентов на основных категориях, явлениях и процессах, особенностях их протекания. Раскрывать сущность и содержание различных точек зрения и научных подходов к объяснению тех или иных явлений и процессов.

Следует аргументированно обосновать собственную позицию по спорным теоретическим вопросам. Приводить примеры. Задавать по ходу изложения лекционного материала риторические вопросы и самому давать на них ответ. Это способствует активизации мыслительной деятельности студентов, повышению их внимания и интереса к материалу лекции, ее содержанию. Преподаватель должен руководить работой студентов по конспектированию лекционного материала, подчеркивать необходимость отражения в конспектах основных положений изучаемой темы, особо выделяя, категориальный аппарат. В заключительной части лекции необходимо сформулировать общие выводы по теме, раскрывающие содержание всех вопросов, поставленных в лекции. Объявить план очередного практического занятия, дать краткие рекомендации по подготовке студентов к семинару. Определить место и время консультации студентам, пожелавшим выступить на занятии с докладами.

На последней лекции уделить время для обзора наиболее важных положений, рассмотренных в курсе.

## 2. Указания для проведения практических занятий

Четко обозначить тему занятия.

Обсудить основные понятия, связанные с темой.

В процессе решения задач вести дискуссию со студентами о правильности применения теоретических знаний.

Отмечать студентов, наиболее активно участвующих в решении задач и дискуссиях.

В конце занятия задать аудитории несколько контрольных вопросов.

## 3. Указания по контролю самостоятельной работы студентов

По усмотрению преподавателя задание на самостоятельную работу может быть индивидуальным или фронтальным.

При использовании индивидуальных заданий требовать от студента письменный отчет о проделанной работе.

При применении фронтальных заданий вести коллективные обсуждения со студентами основных теоретических положений.

С целью контроля качества выполнения самостоятельной работы требовать индивидуальные отчеты (допустимо вместо письменного отчета применять индивидуальные контрольные вопросы).

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС НИЯУ МИФИ по направлению 09.03.02 Информационные системы и технологии

Рабочую программу составил к.т.н., доцент Г.В. Очкур

Рецензент: к.т.н., доцент Т.А. Ефремова

Программа одобрена на заседании УМКН «Информационные системы и технологии».

Председатель учебно-методической комиссии О.В. Виштак